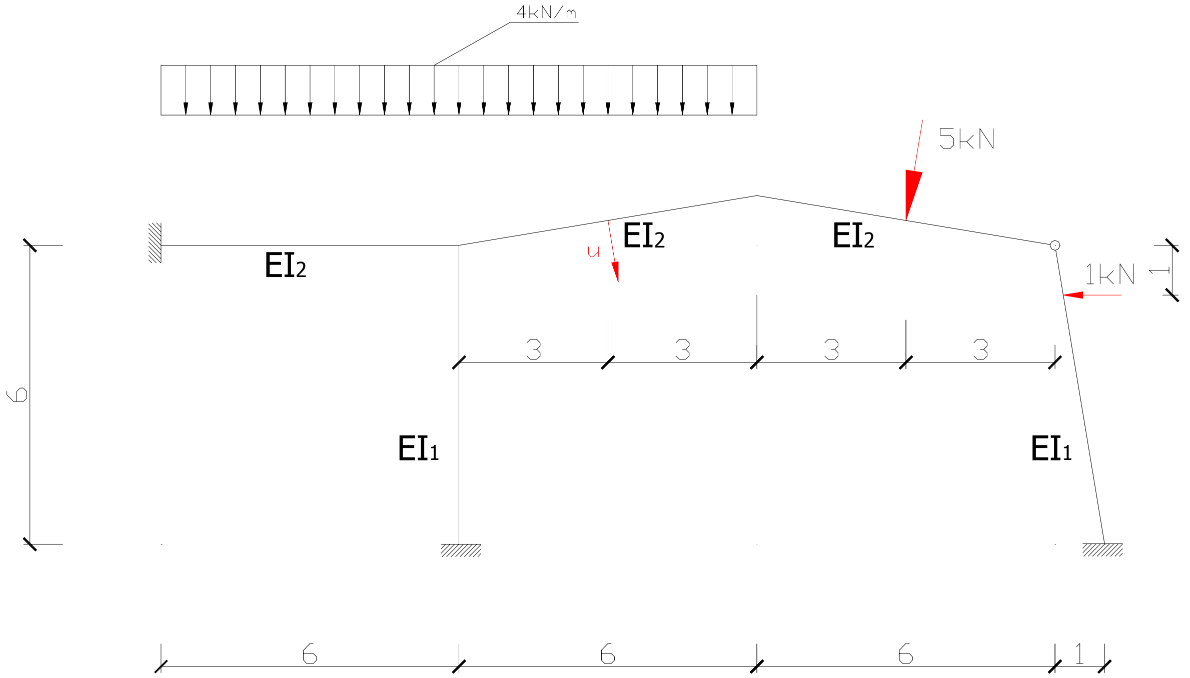
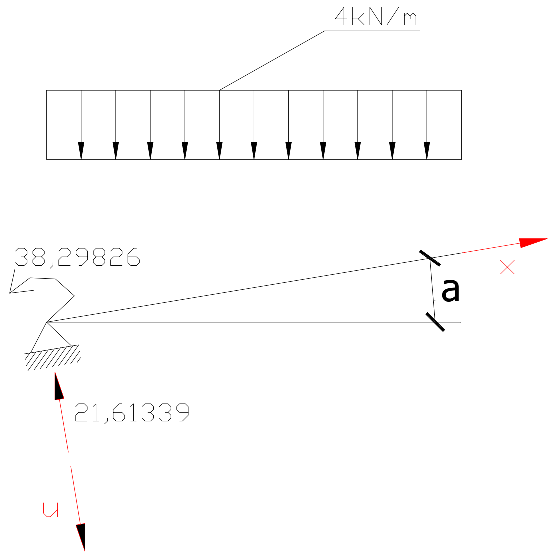
Równanie różniczkowe linii ugięcia





$$\cos a = \frac{6}{\sqrt{37}}$$

Równanie różniczkowe linii ugięcia:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

Równanie momentu:

$$M(x) = 21{,}61339 \cdot x - 38{,}29826 - 4 \cdot \cos^2 a \cdot \frac{x^2}{2}$$

Podstawiając równanie momentów do równania różniczkowego otrzymujemy:

$$EI_2 \cdot \frac{d^2u}{dx^2} = -21{,}61339 \cdot x + 38{,}29826 + \frac{144}{74} \cdot x^2$$

Aby uzyskać równanie linii ugięcia należy dwukrotnie scałkować powyższe równanie:

$$EI_2 \cdot \frac{du}{dx} = C + 38{,}29826 \cdot x - 21{,}61339 \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{144}{74} \cdot \frac{x^3}{3}$$

$$EI_2 \cdot u = D + C \cdot x + 38{,}29826 \cdot \frac{x^2}{2} - 21{,}61339 \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{144}{74} \cdot \frac{x^4}{12}$$

Wykorzystując warunki brzegowe obliczam stałe C i D:

$x = 0 \quad u = 0 \quad \Rightarrow D = 0$

$x = 0 \quad \frac{du}{dx} = \varphi_1$

Wykorzystując obliczenia z pierwszej części projektu:

$\varphi_1 = 0{,}003044727$

$\Delta_3 = 0{,}010913549$

$EI_2 = 8712{,}5\left[kNm^2\right]$

$C = 26{,}5271903$

Równanie linii ugięcia:

$$u = \frac{1}{8712{,}5}\left[26{,}5271903 \cdot x + 38{,}29826 \cdot \frac{x^2}{2} - 21{,}61339 \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{144}{74} \cdot \frac{x^4}{12}\right]$$

Sprawdzenie:

$x = \sqrt{37} \qquad u = 0{,}032269\left[m\right]$

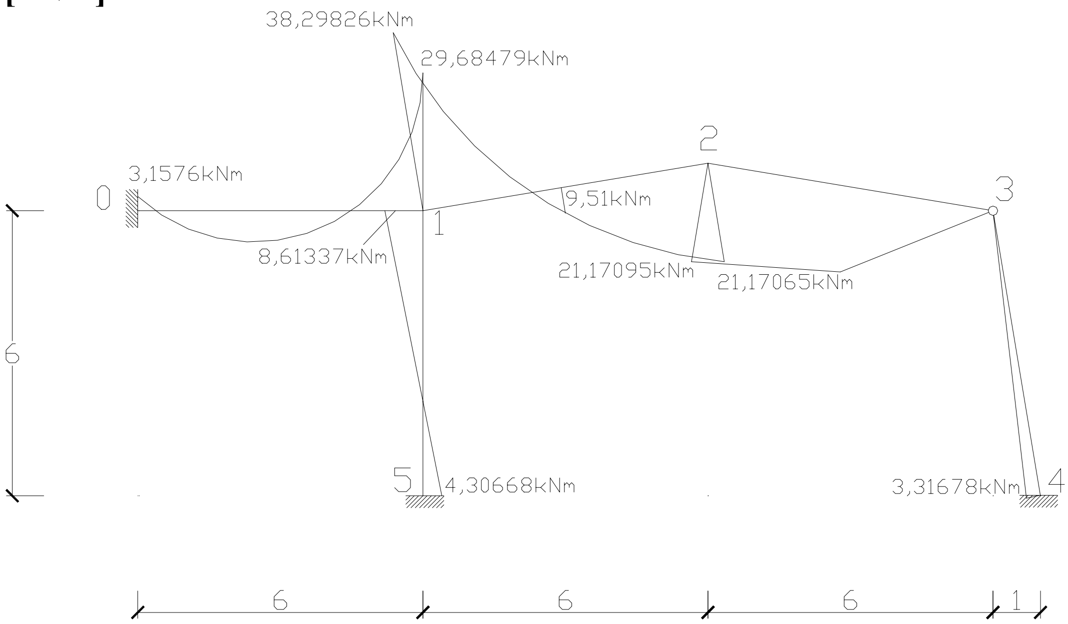
$u = \psi_{12} \cdot \sqrt{37} \quad u = 0{,}032270\left[m\right]$

Poszukiwane ugięcie w połowie pręta wynosi:

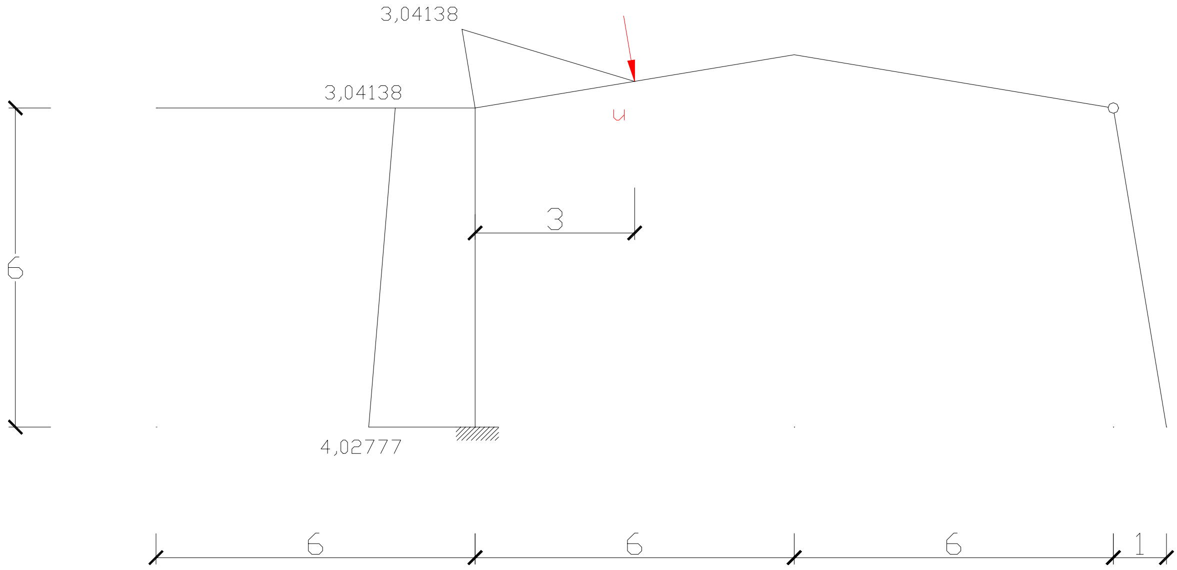
$x = \frac{\sqrt{37}}{2} \qquad u = 0{,}01955\left[m\right]$

Obliczenie ugięcia metodą pracy wirtualnej:

M_P^n [kNm]



M_1 [m]



$$w = \int \frac{M^n \cdot M_1}{EI} ds$$

Korzystając z metody Wereszczagina- Mohra mnożenia wykresów otrzymujemy:

$$w = \frac{1}{EI_2}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{37}}{2}\cdot 38{,}29826\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot 3{,}04138\right) - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{37}}{2}\cdot 9{,}43629\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot 3{,}04138\right)\right] +$$

$$+\frac{1}{0{,}487\cdot EI_2}\left[\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8{,}61337\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot 3{,}04138 + \frac{1}{3}\cdot 4{,}02777\right) - \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4{,}30668\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot 3{,}04138 + \frac{2}{3}\cdot 4{,}02777\right)\right] = 0{,}0211[m]$$